

II-304 予備励磁式 Y- Δ 始動時における 誘導電動機の過渡解析

三 木 一 郎*
西 山 栄 枝*

Analysis of Transient Characteristics of Induction Motor at Y- Δ Starting Time of Pre-excitation System

Ichiro MIKI
Sakae NISHIYAMA

Abstract

In order to study Y- Δ starting method using pre-excitation system, the simulation of the transient characteristics of the induction motor has been designed. A set of state differential equations of the induction motor represented by α - β coordinate system has been developed.

The solutions of these equations at Y- Δ starting time of the pre-excitation system are computed by means of Runge-Kutta-Gill method. The calculated characteristics are the residual voltage, the pre-excitation voltage, the primary current and the torque, which are compared with the measured results.

Consequently, it is found that the values calculated by this simulation method comparatively agree with the experimental values.

1. ま え が き

三相誘導電動機の Y- Δ 始動において発生する突入電流の抑制対策法として、筆者らは予備励磁式 Y- Δ 始動法を既に発表した¹⁾。この方式は、固定子巻線が Y 結線から Δ 結線に切替えられた後、電圧が再印加されるときに固定子巻線の各相に抑制抵抗を挿入しておき、突入電流を抑制するとともに残留電圧と電源電圧の位相を強制的に一致させる方式である。最終的には抑制抵抗が短絡されて、電動機は定常運転に入る。

本方式による突入電流の抑制効果は試作装置によって確認されているが¹⁾²⁾、この方式を他の容量の異なる誘導電動機の始動に適用するにあたり、最も重要な抑制抵抗の最適値については、まだ推定の域を脱していない。これを明らかにするためには、実測のみならず、多くのシミュレーション結果などから種々の条件において本方式

の有効性を検討する必要がある。

本論文では、三相誘導電動機の状態微分方程式を $\alpha\beta$ 軸座標系で表わし³⁾、予備励磁式 Y- Δ 始動における電圧、電流、およびトルクのシミュレーションを行った。そして、シミュレーション結果と試作装置による実測結果を比較し、シミュレーション結果の妥当性について検討した。その結果、両者は比較的良く一致することが確かめられ、本論文で行ったシミュレーション解析が予備励磁式 Y- Δ 始動における過渡特性を解析するための有効な手段となり得ることを明らかにすることができた。

2. 解 析

予備励磁式 Y- Δ 始動において、解析の対象となる誘導電動機の過渡状態は、まず Y 結線始動時、次に Y 結線での電源開放時、電源開放中の Δ 結線への切替え時、さらに電源再投入時、そして最後に抑制抵抗短絡時である。すなわち、5 モードにわたると考えることができる。しかし、Y 結線始動時の過渡状態は全電圧如動時の場合と

* 明治大学工学部

あまりかわらず、考え方も同一であり、これについては既に多くの文献⁴⁾に発表されているので本論文では省略し、電源開放時以降の過渡現象について解析を行うことにする。また、解析を進める場合に、誘導電動機の固定子巻線はΔ結線に切替え後も等価的にY結線とみなすこととする。

2.1 基本となる三相誘導電動機の状態微分方程式

$\alpha\beta$ 軸座標系で表わした三相誘導電動機の電圧・電流方程式、トルク方程式は次式となる⁵⁾。

$$\begin{pmatrix} e_{1\alpha} \\ e_{1\beta} \\ -E_\alpha \\ E_\beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_1 + \left(l_1 + \frac{3}{2}L_1\right)P & 0 \\ 0 & R_1 + \left(l_1 + \frac{3}{2}L_1\right)P \\ \frac{3}{2}MP & 0 \\ 0 & \frac{3}{2}MP \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{1\alpha} \\ i_{1\beta} \\ i_{2\alpha} \\ i_{2\beta} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} E_\alpha &= \omega' \left\{ \frac{3}{2}Mi_{1\beta} + \left(l_2 + \frac{3}{2}L_2\right)i_{2\beta} \right\} \\ E_\beta &= \omega' \left\{ \frac{3}{2}Mi_{1\alpha} + \left(l_2 + \frac{3}{2}L_2\right)i_{2\alpha} \right\} \\ T &= \frac{3}{2}Mp(i_{1\beta}i_{2\alpha} - i_{1\alpha}i_{2\beta}) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

また、回転機の運動方程式は

$$T = \frac{J}{p} \frac{d\omega'}{dt} + \frac{D}{p} \omega' + T_L \quad (3)$$

となる。ただし、

- $e_{1\alpha}, e_{1\beta}$: 一次 α, β 相電圧[V]
- $i_{1\alpha}, i_{1\beta}$: 一次 α, β 相電流[A]
- $i_{2\alpha}, i_{2\beta}$: 二次 α, β 相電流[A]
- R_1, R_2 : 一次、二次一相分巻線抵抗[Ω]
- l_1, l_2 : 一次、二次一相分漏れインダクタンス[H]
- L_1, L_2 : 一次、二次一相分自己インダクタンス[H]
- M : 一次、二次間一相あたりの最大相互インダクタンス[H]
- T : 発生トルク[Nm]
- T_L : 負荷トルク[Nm]
- P : 微分演算子
- p : 極対数
- ω' : 回転子の電気角速度[rad/s]
- J : 回転系の慣性モーメント[Nm·s²/rad²]
- D : 回転系の制動係数[Nm·s/rad]

(1)~(3)式より、状態変数を $i_{1\alpha}, i_{1\beta}, i_{2\alpha}, i_{2\beta}$ および ω' にとると、電動機の状態微分方程式は次式で表わせる。

$$Pi_{1\alpha} = \left\{ -\left(l_2 + \frac{3}{2}L_2\right)R_1i_{1\alpha} + \frac{3}{2}MR_2i_{2\alpha} + \frac{3}{2}ME_\alpha + \left(l_2 + \frac{3}{2}L_2\right)e_{1\alpha} \right\} / \Delta \quad (4)$$

$$Pi_{1\beta} = \left\{ -\left(l_2 + \frac{3}{2}L_2\right)R_1i_{1\beta} + \frac{3}{2}MR_2i_{2\beta} - \frac{3}{2}ME_\beta + \left(l_2 + \frac{3}{2}L_2\right)e_{1\beta} \right\} / \Delta \quad (5)$$

$$Pi_{2\alpha} = \left\{ \frac{3}{2}MR_1i_{1\alpha} - \left(l_1 + \frac{3}{2}L_1\right)R_2i_{2\alpha} - \left(l_1 + \frac{3}{2}L_1\right)E_\alpha - \frac{3}{2}Me_{1\alpha} \right\} / \Delta \quad (6)$$

$$Pi_{2\beta} = \left\{ \frac{3}{2}MR_1i_{1\beta} - \left(l_1 + \frac{3}{2}L_1\right)R_2i_{2\beta} + \left(l_1 + \frac{3}{2}L_1\right)E_\beta - \frac{3}{2}Me_{1\beta} \right\} / \Delta \quad (7)$$

$$P\omega' = \left\{ \frac{3}{2}Mp^2(i_{1\beta}i_{2\alpha} - i_{1\alpha}i_{2\beta}) - D\omega' - pT_L \right\} / J \quad (8)$$

ただし、

$$\Delta = \left(l_1 + \frac{3}{2}L_1\right)\left(l_2 + \frac{3}{2}L_2\right) - \frac{9}{4}M^2$$

2.2 電源開放時の状態微分方程式と Δ 結線への

切替えによる残留電圧の変化

電源開放時では、固定子電流が零となるので $i_{1\alpha} = i_{1\beta} = 0$ となり、状態微分方程式は次式となる。

$$Pi_{1\alpha} = 0 \quad (9)$$

$$Pi_{1\beta} = 0 \quad (10)$$

$$Pi_{2\alpha} = -\omega' i_{2\beta} - \frac{R_2}{l_2 + \frac{3}{2}L_2} i_{2\alpha} \quad (11)$$

$$Pi_{2\beta} = \omega' i_{2\alpha} - \frac{R_2}{l_2 + \frac{3}{2}L_2} i_{2\beta} \quad (12)$$

$$P\omega' = -(D\omega' + pT_L) / J \quad (13)$$

以上の式によりY結線における電源開放時の過渡特性を求めるためには、次に述べる初期値を用いて Runge-Kutta-Gill 法⁶⁾として知られる数値計算法を適用すればよい^{3), 6)}。

電源開放時の初期値 $i_{2\alpha+}, i_{2\beta+}, \omega_+'$ の中で $i_{2\alpha+}, i_{2\beta+}$ については、電源開放を行う時刻での $i_{1\alpha}, i_{1\beta}, i_{2\alpha}, i_{2\beta}$ を電源開放直前の値 $i_{1\alpha-}, i_{1\beta-}, i_{2\alpha-}, i_{2\beta-}$ とし、これをY結線始動の結果から求め、電動機の二次の閉回路に鎖交磁束数不変の理を適用して定める。その結果を示すと、

$$i_{2\alpha+} = \frac{\frac{3}{2}M}{l_2 + \frac{3}{2}L_2} i_{1\alpha-} + i_{2\alpha-} \quad (14)$$

$$i_{2\beta+} = \frac{\frac{3}{2}M}{l_2 + \frac{3}{2}L_2} i_{1\beta-} + i_{2\beta-} \quad (15)$$

となる⁹⁾。また、 ω' は回転速度の関数であり、その変化は連続であるので、

$$\omega_+' = \omega_-' \quad (16)$$

が成り立ち、電源開放を行う時刻での Y 結線始動の数値計算結果より求められる ω' をそのまま ω_+' として使用できる。

Y 結線時における線間の残留電圧 V_{ab} は、三相各相の電圧を e_a, e_b, e_c とすると、

$$\begin{pmatrix} e_a \\ e_b \\ e_c \end{pmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_{1\alpha} \\ e_{1\beta} \end{pmatrix} \quad (17)$$

の関係式より、

$$V_{ab} = e_a - e_b = \sqrt{\frac{3}{2}} e_{1\alpha} - \frac{1}{\sqrt{2}} e_{1\beta} \quad (18)$$

となる。ここで、電源開放時では $i_{1\alpha} = i_{1\beta} = 0$ であることから、(1)式より、

$$e_{1\alpha} = \frac{3}{2}MPi_{2\alpha}, \quad e_{1\beta} = \frac{3}{2}MPi_{2\beta} \quad (19)$$

となり、結局 V_{ab} は、

$$V_{ab} = \sqrt{\frac{3}{2}} \left(\frac{3}{2}M \right) Pi_{2\alpha} - \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{3}{2}M \right) Pi_{2\beta} \quad (20)$$

となる。この式により Y 結線における電源開放時の残留電圧は容易に計算できる。

次に、ある期間の後、電動機の固定子巻線は Y から Δ 結線に切替わることになるが、この時点でまず、第価回路の定数が変化する。これは、本解析では巻線の切替え後、実際には Δ 結線になっている固定子巻線を Y 結線とみなすためである。すなわち、Δ 結線を Y 結線に変換すると、電動機の全等価回路定数が第価的に 1/3 に減少することになる。これより、Δ 結線に切替わると同時に残留電圧は、切替え前の残留電圧より小さくなる。

さらに、Δ 結線に切替わると、その時点で残留電圧の位相も変化する。図 1 は Y 結線時において発生している各相の残留電圧を e_a, e_b, e_c とすると、基準とする線間の残留電圧は V_{ab} と表わされることを示している。Δ 結線への切替えは図 2 に示すようになる。しかし、回路は電源から切離されており、しかも各相の巻線は結線が変化しただけで、空間的に移動したわけではないので、Δ 結線時の残留電圧は図 1 において、基準の V_{ab} に対しては e_a そのものとなる。したがって、Δ 結線時の基準の残留電圧は V_{ab} に対して 30° 遅れとなることがわかる。

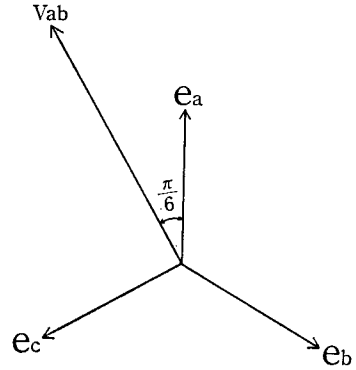


図 1 残留電圧のベクトル図

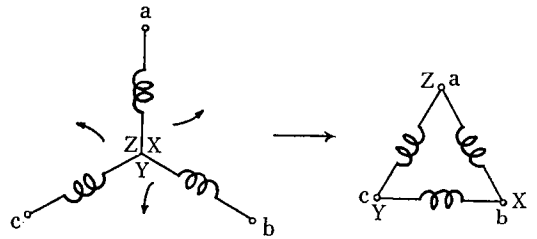


図 2 固定子巻線の切替え

以上のことより、Δ 結線時における残留電圧は、回路定数としては Y 結線時の定数を用いることにより、次式で求められる。すなわち、Δ 結線時の基準の残留電圧を V_a とすると、

$$V_a = e_a = \sqrt{\frac{2}{3}} e_{1\alpha} = \sqrt{\frac{2}{3}} \left(\frac{3}{2}MPi_{2\alpha} \right) \quad (21)$$

と表わせる。

ここで、電源開放時におけるシミュレーション解析についてまとめる。基本になる状態微分方程式は(9)～(13)式であり、Y 結線時における電源開放では、初期値として(14)～(16)式で求まる値を用いて数値計算を行う^{9),10)}。残留電圧は(18)式により求められる。

次に、Δ 結線への切替え時には、回路定数を Y 結線時の 1/3 として、切替え直前の $i_{2\alpha}, i_{2\beta}, \omega'$ を初期値に用いることで(9)～(13)式により数値計算を行う^{9),10)}。ただし、残留電圧を求める場合は、回路定数として Y 結線時のものを用い、(21)式により計算を行う。

2.3 電源再投入および抑制抵抗短絡時の一次巻線抵抗と状態微分方程式の初期値

電源再投入および抑制抵抗短絡時の状態微分方程式は 2.1 節に示した(4)～(8)式と同一であるが、電源再投入時においては、これらの式中の R_1 に一次巻線抵抗(Δ 結線時の値)と抑制抵抗の和を用いなければならない。また、抑制抵抗短絡時には当然のことながら R_1

は一次巻抵抗のみに戻す必要がある。

電源再投入時の初期値の中で $i_{1\alpha+}$, $i_{1\beta+}$, $i_{2\alpha+}$, $i_{2\beta+}$ は、電源再投入を行う時刻での $i_{1\alpha}$, $i_{1\beta}$, $i_{2\alpha}$, $i_{2\beta}$ を電源再投入直前の値 $i_{1\alpha-}$, $i_{1\beta-}$, $i_{2\alpha-}$, $i_{2\beta-}$ とし、これを電源開放の結果より求め、電動機の一次および二次の閉回路に鎖交磁束数不変の理を適用して定めることができる。その結果、

$$\left. \begin{aligned} i_{1\alpha+} &= i_{1\alpha-}, & i_{2\alpha+} &= i_{2\alpha-} \\ i_{1\beta+} &= i_{1\beta-}, & i_{2\beta+} &= i_{2\beta-} \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

となり、電源再投入時における電流には変化がないことがわかる⁹⁾。抑制抵抗短絡時は、一次巻線抵抗の値が変化するだけで回路には何の変化も生じないので、初期値の関係は(22)式と同一になる。

3. 解析結果と実測結果の比較および検討

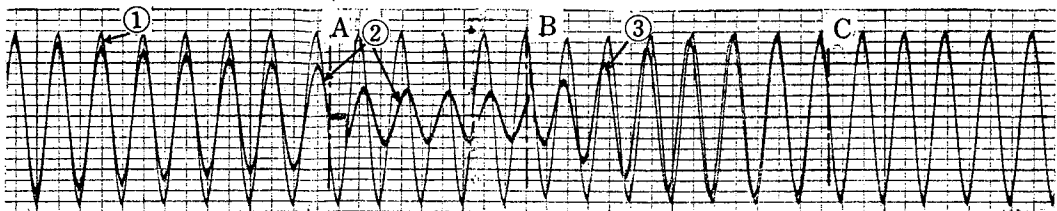
図3は試作装置^{1),2)}による実測結果であり、Y結線の電源開放から示してある。抑制抵抗の値は 2Ω である。

図4はシミュレーション解析の結果を示しており、各特性の横軸および縦軸のスケールは実測と同一になっている。また、図中の予備励磁電圧とは、電動機の端子間の電圧で、電源再投入時から抑制抵抗短絡時までの期間の電圧をさす。なお試料機の定格等は表1に示す。

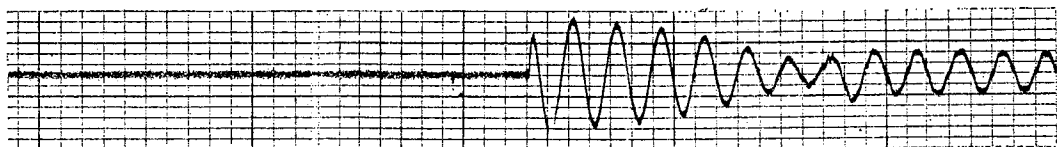
実測値と解析結果を比較すれば明らかなように、電圧はほとんど一致しており、Y結線から Δ 結線への切替えに伴う残留電圧の変化に関する解析過程の妥当性が確かめられた。また、電流、トルクに関しては、抑制抵抗短絡時の値が多少実測値よりも大きくでているが、比較的良く一致していると考えられる。このようなことから本研究で行ったシミュレーション解析は理論的に正しく、その有効性が明らかになった。

4. あとがき

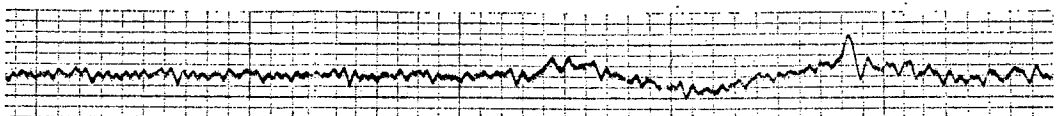
三相誘導電動機の予備励磁式 Y- Δ 始動において最も重要な抑制抵抗の決定の前段階として、予備励磁式 Y- Δ



(a) 電 圧
 ① 電源電圧
 ② 残留電圧
 ③ 予備励磁電圧
 A点 Y結線→ Δ 結線
 B点 電源再投入
 C点 抑制抵抗短絡
 横軸 0.025s/cm
 縦軸 191.8V/cm



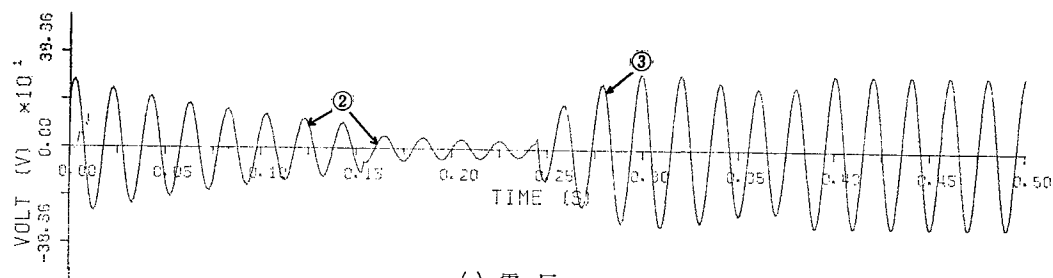
(b) 電 流
 横軸 0.025s/cm
 縦軸 32.5A/cm



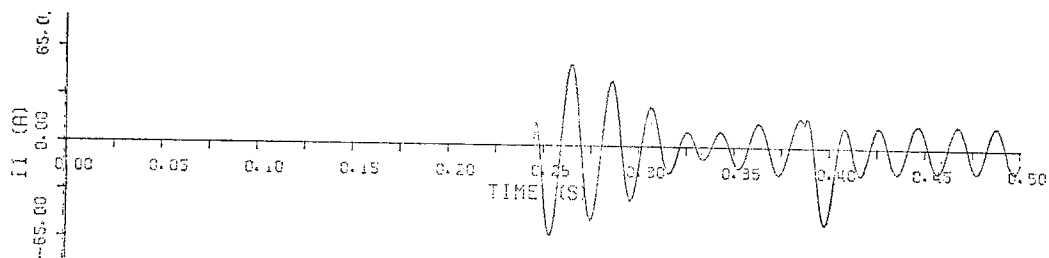
(c) トルク
 横軸 0.025s/cm
 縦軸 49.0Nm/cm

図3 実測結果 (抑制抵抗 2Ω)

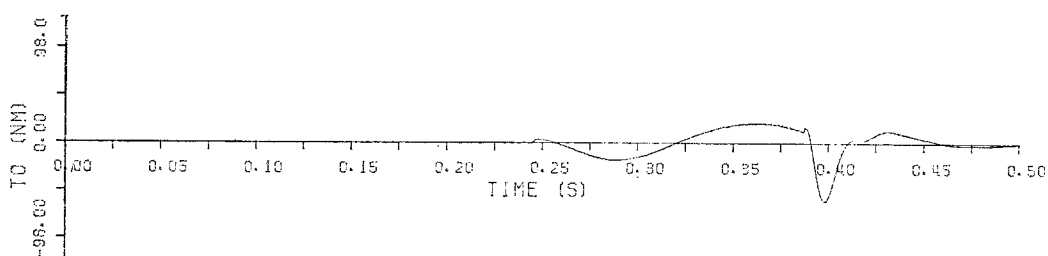
予備励磁式 Y-Δ 始動時における誘導電動機の過渡解析



(a) 電 圧



(b) 電 流



(c) トルク

図 4 解析結果 (抑制抵抗 2Ω)

表 1 試料機の定格, 回路定数および機械的定数

定 格	5.5kW	200V	23.2A
	1440 rpm	50 Hz	4 極 E 種
回 路 定 数	$R_1=0.289\Omega$ $R_2=0.252\Omega$		
	$L_1+\frac{3}{2}L_1=L_2+\frac{3}{2}L_2=0.0365H$		
	$\frac{3}{2}M=0.0349H$		
機械的定数	$J^*=0.0948\text{ Nm}\cdot\text{s}^2/\text{rad}^2$		
	$D=0.00122\text{ Nm}\cdot\text{s}/\text{rad}$		

*Jは試料機の回転子慣性モーメントとその約2倍の慣性モーメントを持つ慣性体との和の値を示す。

始動における電圧, 電流, およびトルクのシミュレーション解析を行った。過渡特性の解析は電源開放から定常運転までの範囲であり, その結果は試作装置による実測結果と比較的良く一致し, シミュレーション解析の妥当性が確かめられた。

今後, 電源電圧や残留電圧の位相, および大きさ等の

諸条件をさらに詳細に解析に組み込むことが可能と考えられる瞬時値対称座標法による解析を進める予定である。最後に, 日頃御指導賜わる本学高木亀一教授ならびに松瀬貞規教授に深く感謝の意を表します。また, 計算機の使用にあたって, 本学計算センターの皆様の御協力を頂き, ここに深く感謝します。

文 献

- 1) 三木, 松瀬他: 予備励磁式 Y-Δ 始動装置の試作, 昭和57年電気学会全国大会予稿集 No.729.
- 2) 三木, 武田, 西山他: 電源再投入時における誘導電動機の実入電流抑制法に対する実験的考察, 明大工研報告 No. 41, II-290.
- 3) 松瀬, 三木: 電源周波数急変時の誘導電動機の過渡解析. 明大工研報告 No. 28, II-181.
- 4) たとえば, F.M. Hughs and A.S. Aldred: Transient characteristics and simulation of induction motors. Proc. IEE, Vol. 111, No. 12.

- 5) 赤坂：「数値計算」 p. 355, コロナ社.
6) 松瀬，齊藤他：三相誘導電動機の変周波数電源
への再投入における過渡特性，明大工研報告，No. 35, II-262.